Dipôle RC

Introduction :

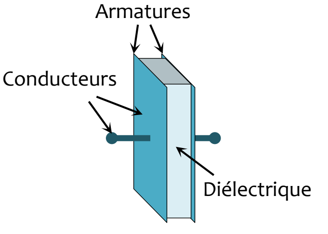
Dans les dispositifs électroniques comme les flashs des appareils photographiques, on trouve une grande variété de condensateurs.

- *Qu'est-ce qu'un condensateur?*
- *Comment se comporte un condensateur dans un circuit électrique ?*

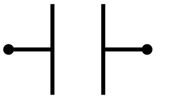
1. Le condensateur :

1.1. Définition :

Un condensateur est un composant électronique élémentaire, constitué de deux armatures conductrices en face l'une de l'autre et séparées par un isolant appelé le diélectrique (air, papier, céramiques…).



Constitution du condensateur



Symbole du condensateur

1.2. Charges des armatures :

Activité 1 :

On réalise le circuit électrique ci-contre comprenant un condensateur, une lampe, un générateur de tension continu, un voltmètre et un interrupteur .

1) Qu'observe-t-on lorsqu'on ferme l'interrupteur ?
2) Le passage du courant électrique dans le circuit provoque une accumulation d'électrons sur l'une de ses armatures et se charge négativement, et un défaut d'électrons sur l'autre armature et se charge positivement. Une tension électrique apparait entre ces armature ; le condensateur se charge.
   a) Quel es le signe des charges électriques q_A et q_B portées par les armatures A et B ? Quelle est la relation entre q_A et q_B ?
   b) La quantité d'électricité portée par l'une des armatures est appelée la charge du condensateur, notée q. Exprimer q_A et q_B en fonction de q .

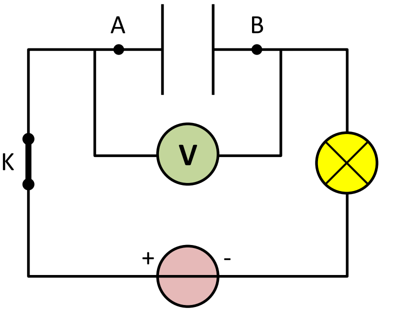


Schéma du montage expérimental

Un condensateur, branché à un générateur de tension continue, accumule sur ses armatures des charges électriques de opposées, de mêmes valeurs absolues :

$$\mathbf{q_A = -q_B} \qquad (q_A \text{ et } q_B \text{ s'expriment en coulomb (C)})$$

Il apparait une tension électrique u_{AB} entre ces armatures. On dit que le condensateur se charge.
Dans le cas où l'armature A est reliée à la borne positive du générateur : $q_A > 0$, $q_B < 0$ et $u_{AB} > 0$
dans ce cas la charge électrique du condensateur est : $\mathbf{q = q_A = -q_B}$

1.3. Charge électrique et intensité du courant :

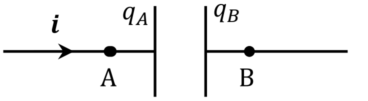
Par définition, l'intensité i(t) du courant électrique correspond au débit de charges transportées, c'est-à-dire à quantité d'électricité transportée par unité de temps :

$$\mathbf{i(t) = \frac{dq(t)}{dt}}$$

L'intensité i(t) s'exprime en ampère (A).

On choisit un sens positif du courant et on l'indique par une flèche sur le circuit :

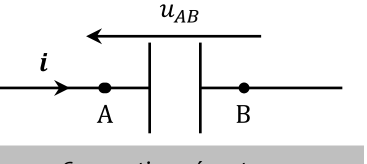
- Si le courant circule dans le sens choisi, alors $i(t) > 0$;
- Si le courant circule dans l'autre sens, alors $i(t) < 0$.



$i > 0$ q_A augmente : $\frac{dq_A}{dt} > 0$

$i < 0$ q_A diminue : $\frac{dq_A}{dt} < 0$

Algébrisation de l'intensité du courant



Convention récepteur

1.4. Capacité d'un condensateur :

Activité 2 :

- On réalise le circuit électrique ci-contre comprenant un condensateur, un générateur de courant continu débitant un courant d'intensité constante I_0, un ampèremètre, un voltmètre et un interrupteur .
- On règle l'intensité du courant sur $I_0 = 80\ \mu A$.
- On ferme l'interrupteur et on déclenche le chronomètre simultanément, puis on mesure la tension u_c aux bornes du condensateur toutes les cinq secondes. Les résultats sont reportés dans le tableau ci-après.

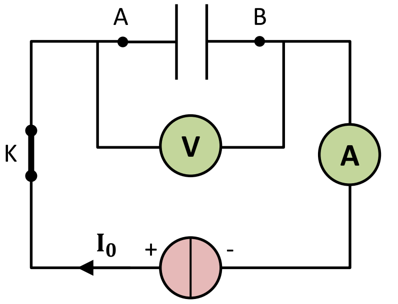
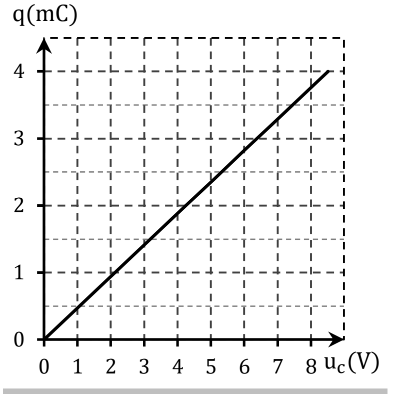


Schéma du montage expérimental

$t(s)$	0	5	10	15	20	25	30	35	40	45	50
$u_{AB}(V)$	0	0,85	1,70	2,55	3,40	4,25	5,11	5,95	6,81	7,66	8,51
$q(mC)$											

1) Montrer que l'expression de la charge du condensateur à l'instant t est $q(t) = I_0.t$ puis compléter le tableau ci-dessus.
2) La courbe ci-contre représente l'évolution de la charge q en fonction de u_c . En exploitant cette courbe.
   a) En déduire que $q(t) = C.u_c(t)$, avec C une constante appelée capacité du condensateur ; elle s'exprime en Farad (F).
   b) Quelle est la valeur de la capacité C du condensateur.



La courbe $q = f(u_c)$

À chaque instant, la charge électrique du condensateur est proportionnelle à la tension aux bornes de ses armatures :

$$q(t) = C.u_C(t)$$

C est la capacité du condensateur ; elle s'exprime en farad (F), avec q en coulomb (C) et u_C en volt (V).
Cette unité est en pratique très grande. On utilise usuellement sec sous-multiples : le microfarad (μF), le nanofarad (nF) et le picofarad (pF).

Sous-multiples du farad :

millifarad (mF): $1mF = 10^{-3}F$

microfarad (µF): $1\mu F = 10^{-6}F$

nanofarad (nF): $1nF = 10^{-9}F$

picofarad (pF): $1pF = 10^{-12}F$

1.5. Association de condensateurs :

Activité 3 :

Considérons deux condensateurs de capacités C_1 et C_2.

1) On associe les deux condensateurs en série (figure 1).
   a) Montrer que la capacité du condensateur équivalent à cette association vérifiée la relation :

$$\frac{1}{C_{éq}} = \frac{1}{C_1} + \frac{1}{C_2}$$

   b) Généraliser le résultat pour plusieurs condensateurs associés en série.
   c) Quel est l'intérêt de l'association en série des condensateurs ?
2) On associe les deux condensateurs en parallèle (figure 2).
   a) Montrer que la capacité du condensateur équivalent à cette association est :

$$C_{éq} = C_1 + C_2$$

   b) Généraliser le résultat pour plusieurs condensateurs associés en parallèle.
   c) Quel est l'intérêt de l'association en parallèle des condensateurs ?

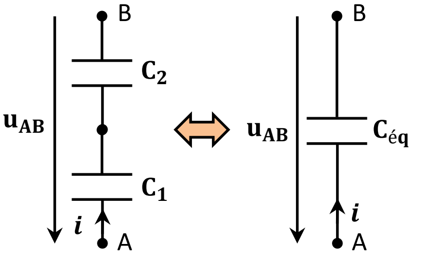


Figure (1)

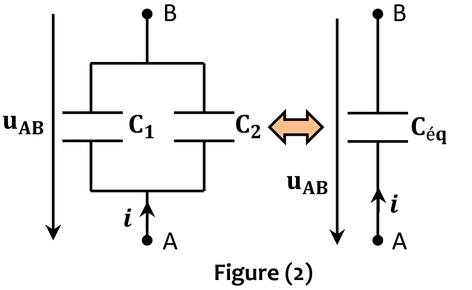


Figure (2)

a. Association en série :

La capacité du condensateur équivalent à l'association en série de plusieurs condensateurs est tel que :

$$\frac{1}{C_{éq}}=\frac{1}{C_1}+\frac{1}{C_2}+\cdots+\frac{1}{C_n}=\sum_{i=1}^{n}\frac{1}{C_i}$$

Cette association permet d'obtenir une capacité de faible valeur et d'appliquer une tension élevée qui peut ne pas être supportée par chaque condensateur s'il est utilisé seul.

b. Association en parallèle :

La capacité du condensateur équivalent à l'association en parallèle de plusieurs condensateurs est :

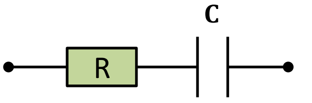
$$C_{éq}=C_1+C_2+\cdots+C_n=\sum_{i=1}^{n}C_i$$

Cette association permet d'obtenir une grande capacité et de stocker, en appliquant une faible tension, une charge électrique importante qui peut ne pas être stockée par chaque condensateur s'il est utilisé seul.

2. Réponse d'un dipôle RC à un échelon de tension :

Le dipôle RC est constitué d'un conducteur ohmique de résistance R et d'un condensateur de capacité C montés en série.

On dit qu'un dipôle RC est soumis à un échelon de tension si la tension appliquée à ses bornes passe brutalement de 0 à une valeur constante E, ou inversement de E à 0.



Le dipôle RC

2.1. Charge d'un condensateur :

Activité 4 :

- On réalise le montage expérimental ci-contre : il comporte un générateur de tension continue de force électromotrice $E=6\,V$, un conducteur ohmique de résistance, $R=2k\Omega$, un condensateur de capacité $C=100\,\mu F$ et un interrupteur K. Les voies Y_1 et Y_2 sont reliées au système d'acquisition d'un ordinateur ou à un oscilloscope à mémoire.
- On bascule l'interrupteur K de la position (1) à la position (2) afin de réaliser l'acquisition.
- On affiche les courbes représentant les différentes tensions en fonction du temps.

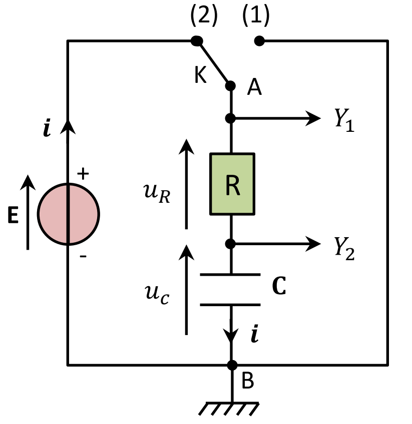
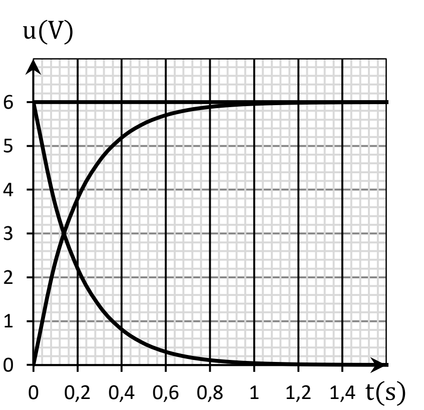


Schéma du montage expérimental



Évolution des tensions $u_c(t)$, $u_R(t)$ et $u_c(t)+u_R(t)$

Étude expérimentale :

1) Quelle est la tension détectée par chacune des voies Y_1 et Y_2? et celle obtenue en affichant Y_1-Y_2 ?
2) La charge du condensateur est-elle instantanée ?
3) Comment évolue l'intensité du courant dans le dipôle RC ?

Étude théorique :

1) Montrer que la tension aux bornes du condensateur vérifiée l'équation différentielle suivante :
$$\tau.\frac{du_C(t)}{dt}+u_c(t)=E$$
quelle est la dimension de τ ?
2) La solution de cette équation s'écrit sous la forme : $u_C(t)=A.e^{-\alpha.t}+B$ avec A, B et α des constantes.
Déterminer A, B et α . En déduire que $u_c(t)=E(1-e^{-t/\tau})$.
3) Calculer $u_c(\tau)$ et $\left(\frac{du_c(t)}{dt}\right)_{t=0}$. En déduire deux méthodes permettant de déterminer graphiquement la constante τ.
4) Calculer $u_c(5\tau)$ et $u_c(\infty)$ la valeur de u_c lorsque t tend vers l'infini. Exprimer le rapport $\frac{u_c(5\tau)}{u_c(\infty)}$ en pourcentage. Conclure.
5) Trouver l'expression de i(t) l'intensité du courant dans le dipôle RC.

a. La tension aux bornes du condensateur en charge :

La tension aux bornes du condensateur d'un dipôle RC soumis à un échelon de tension $(0, E)$ obéit à l'équation différentielle :

$$\tau.\frac{du_C(t)}{dt} + u_c(t) = E$$

avec $\tau = R.C$, la constante de temps (en s).

La solution de cette équation s'écrit :

$$u_c(t) = E\left(1 - e^{-t/\tau}\right)$$

La courbe d'évolution de la tension u_c aux bornes du condensateur au cours du temps présente deux régimes :

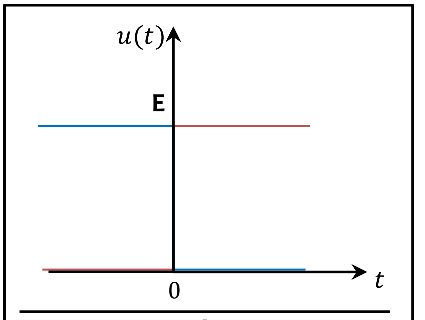
- Un régime transitoire : au cours duquel la tension u_c varie au cours du temps (lorsque $t \leq 5\tau$).
- Un régime permanant : au cour duquel la tension u_c prend une limite constante E (lorsque $t > 5\tau$).

Remarque :

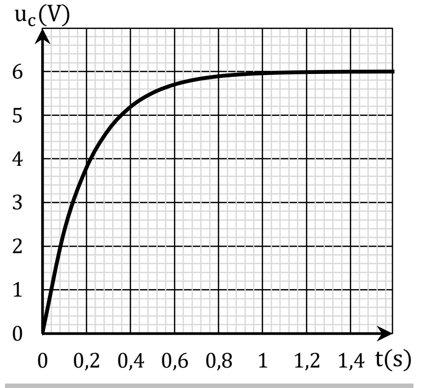
L'équation différentielle vérifiée par la charge q du condensateur est :

$$\tau.\frac{dq(t)}{dt} + q(t) = CE$$

Sa solution est : $q(t) = Q_m.\left(1 - e^{-t/\tau}\right)$ avec $Q_m = CE$, la charge maximale.



Échelon montant de tension (0,E)	**Échelon descendant de tension (E,0)**
$\begin{cases} u(t) = 0 \text{ si } t < 0 \\ u(t) = E \text{ si } t \geq 0 \end{cases}$	$\begin{cases} u(t) = E \text{ si } t < 0 \\ u(t) = 0 \text{ si } t \geq 0 \end{cases}$



Évolution de la tension $u_c(t)$ aux bornes du condensateur en charge.

b. La constante de temps :

La constante de temps (ou temps caractéristique) d'un dipôle RC caractérise la rapidité de charge (ou de décharge) d'un condensateur à travers un conducteur ohmique. Elle est définie par la relation :

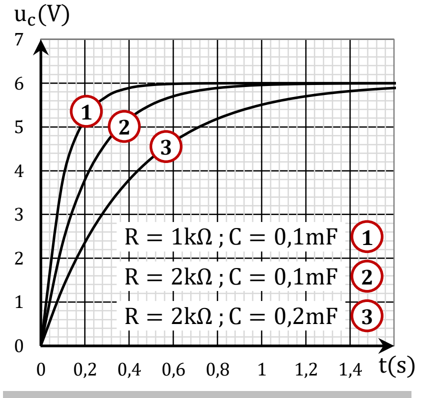
$$\tau = R.C$$

La constante de temps donne l'ordre de grandeur de la durée de la charge du condensateur.

- Au bout de $t = \tau$, le condensateur est chargé à 63 % ;
- Au bout de $t = 5\tau$, le condensateur est chargé à 99 %.

Pour déterminer la constante τ graphiquement :

- On trace la tangente à la courbe $u_c(t)$ à l'instant $t = 0$. Cette tangente coupe l'asymptote $u_c = E$ à l'instant $t = \tau$.
- On peut également déterminer l'abscisse du point de la courbe $u_c(t)$ d'ordonnée $0,63\ E$: elle est égale à la constante de temps.



La charge d'un condensateur est plus lente quand le produit $RC = \tau$ augmante.

c. L'intensité du courant de charge :

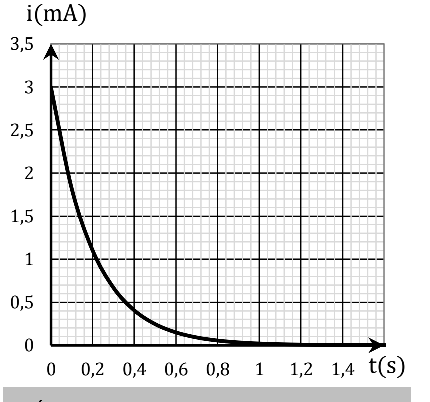
L'intensité du courant électrique traversant un dipôle RC soumis à un échelon de tension $(0, E)$ est :

$$i(t) = I_0.e^{-t/\tau}$$

avec $I_0 = E/R$, l'intensité du courant initiale (à $t = 0$).

Remarque :

- $i(\tau) = 0,37.I_0$ et $i(5\tau) = 0,01.I_0$.
- La tangente à la courbe $i(t)$ coupe l'axe des temps à l'instant $t = \tau$.

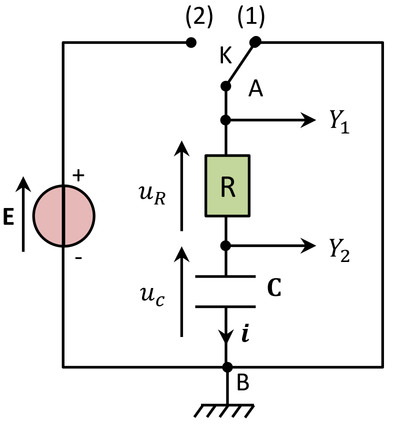


Évolution de l'intensité du courant $i(t)$ dans le dipôle RC.

2.2. Décharge d'un condensateur :

Activité 5 :

- On garde le même montage de l'activité 4.
- On bascule l'interrupteur K de la position (2) à la position (1) afin de réaliser l'acquisition.
- On affiche les courbes représentant les différentes tensions en fonction du temps.



Étude expérimentale :

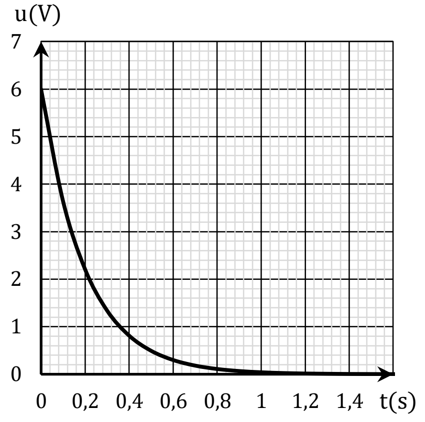
1) Quelle est la tension détectée par chacune des voies Y_1 et Y_2? et celle obtenue en affichant $Y_2 - Y_1$?
2) La décharge du condensateur est-elle instantanée ?
3) Comment évolue l'intensité du courant dans le dipôle RC ?

Étude théorique :

1) Montrer que la tension aux bornes du condensateur vérifiée l'équation différentielle suivante :

$$\tau.\frac{du_C(t)}{dt} + u_c(t) = 0$$

2) La solution de cette équation s'écrit sous la forme : $u_C(t) = A.e^{-\alpha.t} + B$ avec A, B et α des constantes.
   Déterminer A, B et α . En déduire que $u_c(t) = E.e^{-t/\tau}$.
3) Calculer $u_c(\tau)$ et $\left(\frac{du_c(t)}{dt}\right)_{t=0}$. En déduire deux méthodes permettant de déterminer graphiquement la constante τ.
4) Calculer $u_c(5\tau)$ et $u_c(0)$. Exprimer le rapport $\frac{u_c(5\tau)}{u_c(0)}$ en pourcentage. Conclure.
5) Trouver l'expression de i(t) l'intensité du courant dans le dipôle RC.



Évolution des tensions $u_c(t)$ et $-u_R(t)$

a. La tension aux bornes du condensateur en décharge :

La tension aux bornes du condensateur d'un dipôle RC soumis à un échelon de tension (E, 0) obéit à l'équation différentielle :

$$\tau.\frac{du_C(t)}{dt} + u_c(t) = 0$$

avec $\tau = R.C$, la constante de temps (en s).

La solution de cette équation s'écrit :

$$u_c(t) = E.e^{-t/\tau}$$

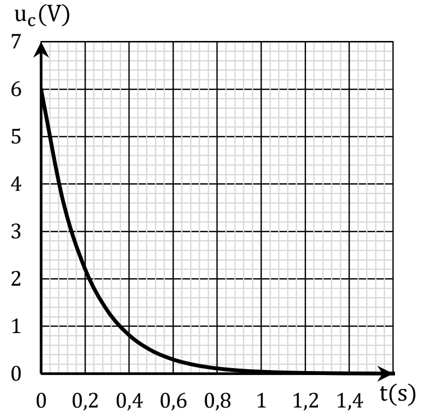
- Au bout de $t = \tau$, le condensateur est déchargé à 63 % ;
- Au bout de $t = 5\tau$, le condensateur est déchargé à 99 %.

Remarque :

L'équation différentielle vérifiée par la charge q du condensateur est :

$$\tau.\frac{dq(t)}{dt} + q(t) = 0$$

Sa solution est : $q(t) = Q_0.e^{-t/\tau}$ avec $Q_0 = CE$, la charge initiale.



Évolution de la tension $u_c(t)$ aux bornes du condensateur en décharge.

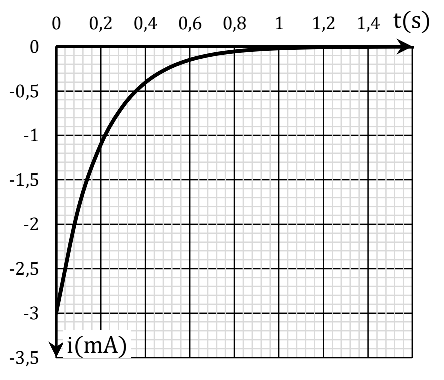
c. L'intensité du courant de décharge :

L'intensité du courant électrique traversant un dipôle RC soumis à un échelon de tension (E, 0) est :

$$i(t) = I_0.e^{-t/\tau}$$

avec $I_0 = -E/R$, l'intensité du courant initiale (à $t = 0$).

Le signe négatif de i(t) montre que le courant circule dans le sens négatif.



Évolution de l'intensité du courant $i(t)$ dans le dipôle RC.

Au cours de la charge ou la décharge d'un condensateur, sa tension u_c entre ses bornes et sa charge électrique q ne subissent pas de discontinuité (u_c et q sont des fonctions continues à tout instant y compris l'instant $t = 0$). Tandis que l'intensité du courant circulant dans le circuit (de charge ou de décharge) subit une discontinuité à $t = 0$.

	La charge	La décharge
La tension électrique u_c	$u_c(0^+) = u_c(0^-) = 0$	$u_c(0^+) = u_c(0^-) = E$
La charge électrique q	$q(0^+) = q(0^-) = 0$	$q(0^+) = q(0^-) = CE$
L'intensité du courant i	$i(0^+) = E/R$ $i(0^-) = 0$	$i(0^+) = -E/R$ $i(0^-) = 0$

2.3. L'énergie emmagasinée dans un condensateur :

Activité 6 :

- On réalise le montage expérimental ci-contre : il comporte un générateur de tension continue de force électromotrice E, un condensateur de capacité C, un moteur et un interrupteur K.
- On charge le condensateur en basculant l'interrupteur K à la position (1).
- On connecte le condensateur au moteur en basculant l'interrupteur K à la position (2) .

1) Comment évolue la tension aux bornes du condensateur ?
2) Quels sont les différents transferts d'énergie lors de cette expérience ?
3) Montrer que la puissance électrique reçue par le condensateur est :

$$P_e(t) = \frac{1}{2}.C.\frac{du_c^2(t)}{dt}$$

4) En déduire que l'énergie emmagasinée dans le condensateur est :

$$E_e(t) = \frac{1}{2}.C.u_c^2(t)$$

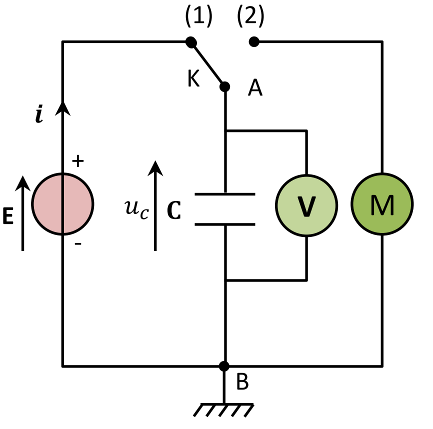


Schéma du montage expérimental

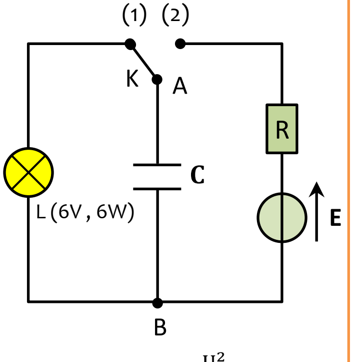
Au cours de sa charge, le condensateur emmagasine de l'énergie électrique qu'il restitue lors de sa décharge. Cette énergie dépend de la capacité C du condensateur et de sa charge électrique q (ou de la tension u_c entre ses bornes). Elle s'exprime par la relation :

$$E_e(t) = \frac{1}{2}.C.u_c^2(t) = \frac{1}{2}.\frac{q^2(t)}{C}$$

E_e s'exprime en joule (J) avec C en farad (F), u_c en volt (V) et q en coulomb (C).

Application :

Un appareil photographique jetable avec flash incorporé est alimenté par des piles électriques. À l'intérieur de l'appareil, on observe un circuit électronique qui comporte notamment un condensateur et un conducteur ohmique. Lors de la prise d'une photographie avec flash, le condensateur emmagasine de l'énergie fournie par les piles pendant quelques secondes, puis la restitue dans une lampe en moins de 0,1 ms. La lampe émet alors un éclair lumineux intense. On peut modéliser le principe du flash par le schéma ci-contre.



1) Sur quelle position doit être basculé le commutateur afin que le condensateur puisse se charger ?
2) Quelle est la constante de temps de charge τ_c du dipôle RC ?
3) Quelle est l'énergie E_e emmagasine par le condensateur à la fin de la charge ?
4) Le commutateur est basculé maintenant en position (1).
   a) La puissance nominale de la lampe et la tension nominale à ses bornes sont reliées par la relation $P = \frac{U^2}{r}$ avec r, la résistance interne de la lampe. Évaluer la valeur de la résistance de la lampe.
   b) Le condensateur se décharge dans la lampe. Quelle est la valeur de la constante de temps τ_d de la décharge ?
5) En admettant que l'énergie emmagasinée dans le condensateur soit fournie sur une durée égale à $\Delta t = \tau_d$, calculer la puissance moyenne P_{moy} fournie à la lampe. Pourquoi la lampe émet-elle un éclair lumineux intense ?

Données : $E = 24\ V$; $R = 2{,}2\ k\Omega$; $C = 3{,}3\ mF$